

# Einfeldträger mit Auskragung

Vorlesung und Übungen  
1. Semester BA Architektur



# Statik- und Festigkeitslehre

## Schnittgrößen

- Einfeldträger mit Auskragung
- Beispiel

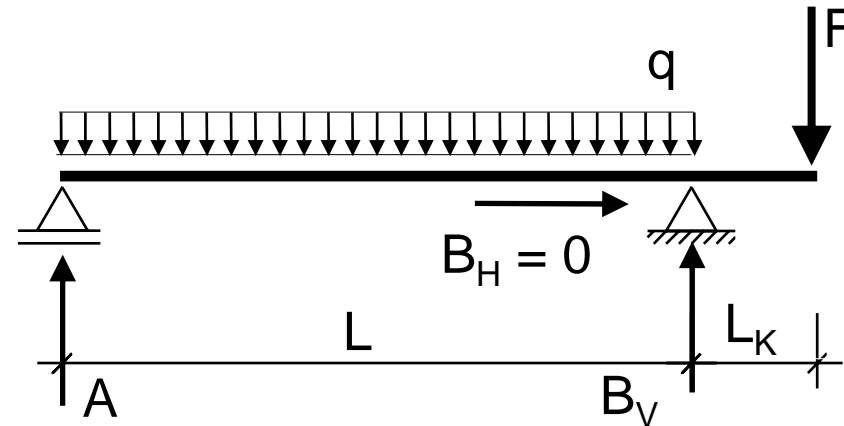
# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

7. Vorlesung Folie 9

$$A = q \cdot \frac{L}{2} - F \cdot \frac{L_K}{L}$$

$$B_V = q \cdot \frac{L}{2} + F \left(1 + \frac{L_K}{L}\right)$$



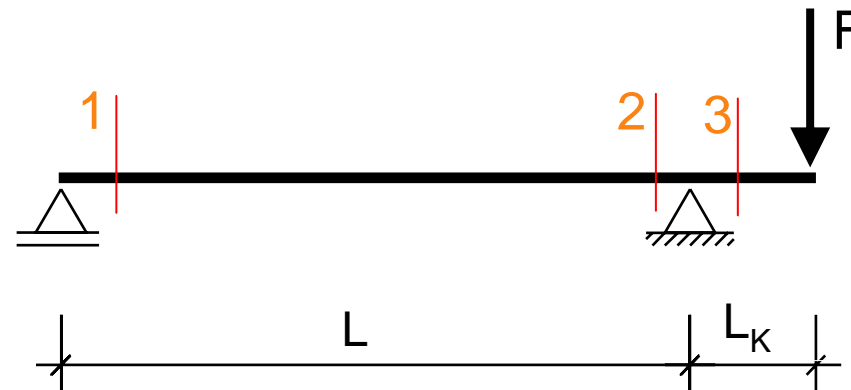
Verlauf der Schnittgrößen

Einzellast F

Querkraft-Verlauf konstant

Gleichstreckenlast  $q = \text{konst.}$

Querkraft-Verlauf linear veränderlich



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

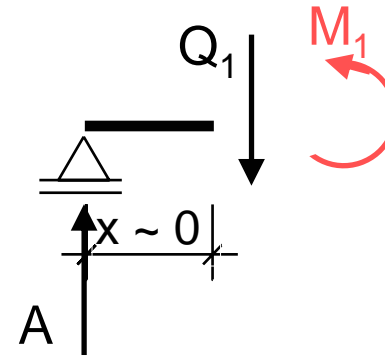
Schnitt 1 - 1

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_1 - A = 0$$

$$Q_1 = A$$

$$\sum M_1 = 0 \Rightarrow M_1 + A \cdot x = 0$$

mit  $x \sim 0 \Rightarrow M_1 = 0$



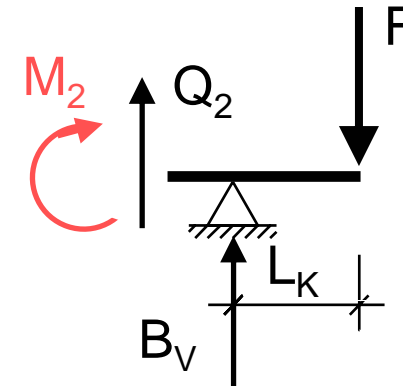
Schnitt 2 - 2

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_2 + B_V - F = 0$$

$$Q_2 = B_V - F$$

$$\sum M_2 = 0 \Rightarrow M_2 + F \cdot L_K = 0$$

$$M_2 = -F \cdot L_K = M_1$$

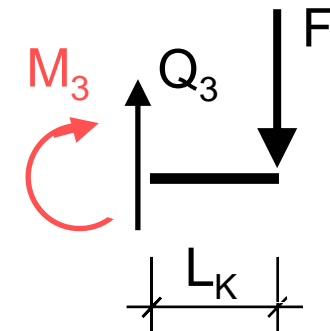


Schnitt 3 - 3

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_3 - F = 0 \Rightarrow Q_3 = F$$

$$\sum M_3 = 0 \Rightarrow M_3 + F \cdot L_K = 0$$

$$M_3 = -F \cdot L_K$$



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

Verlauf des Biegemoments  
aus dem Querkraftverlauf

Querkraft konstant  
⇒ Biegemoment linear

Querkraft linear  
⇒ Biegemoment quadratisch

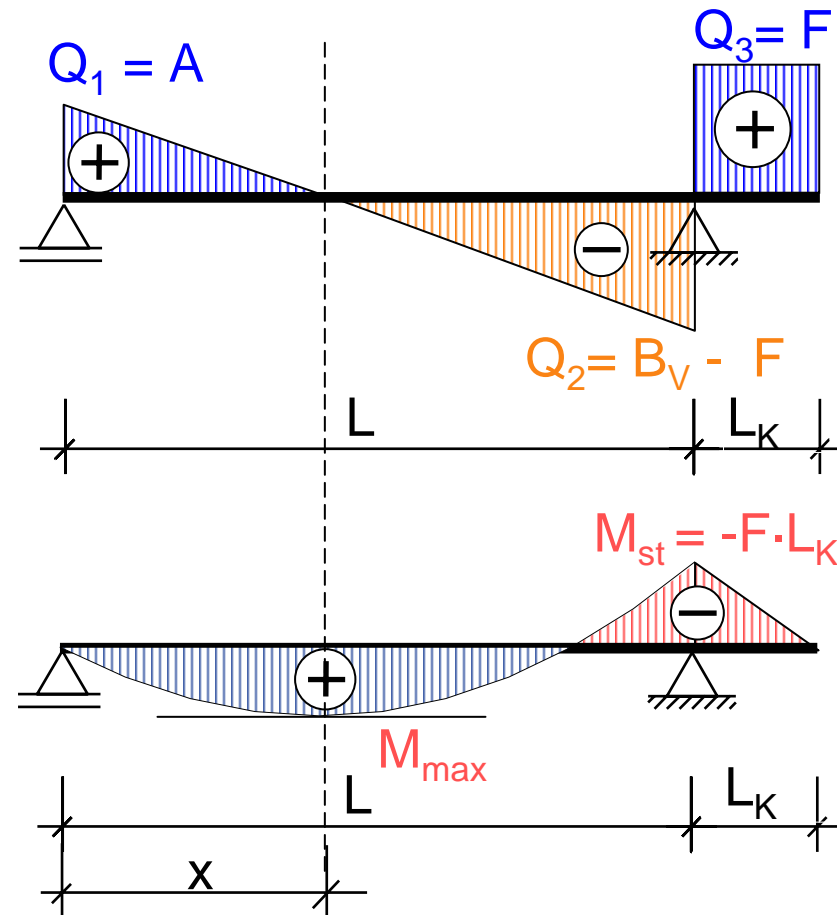
Maximales Feldmoment bei  $Q = 0$

$$\sum V = 0 \Rightarrow A - q \cdot x = 0$$

$$x = A/q$$

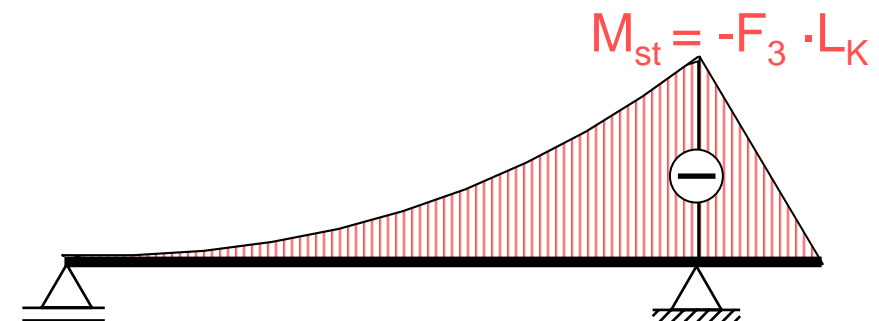
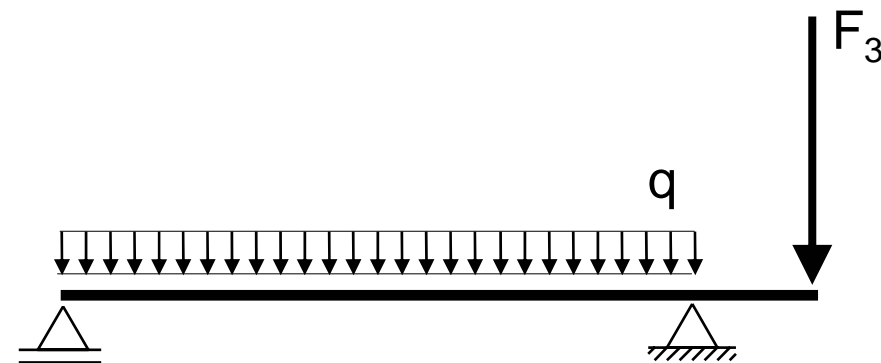
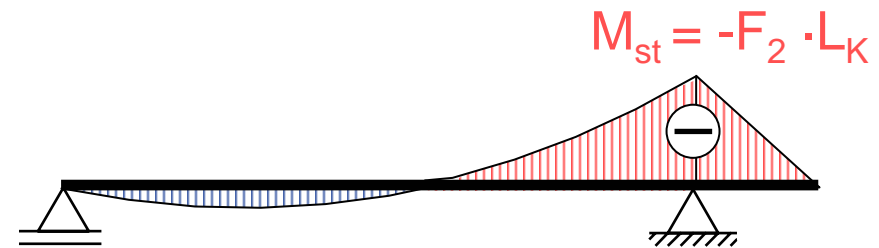
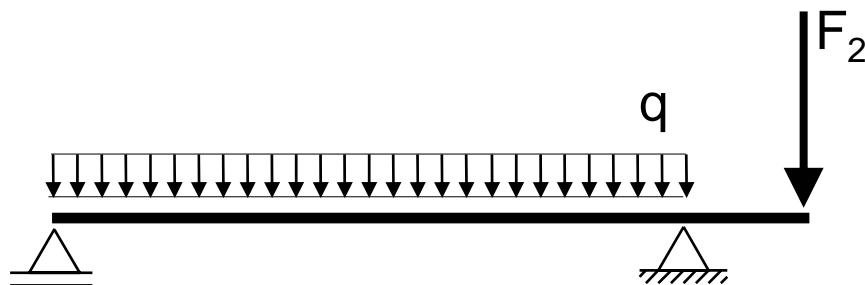
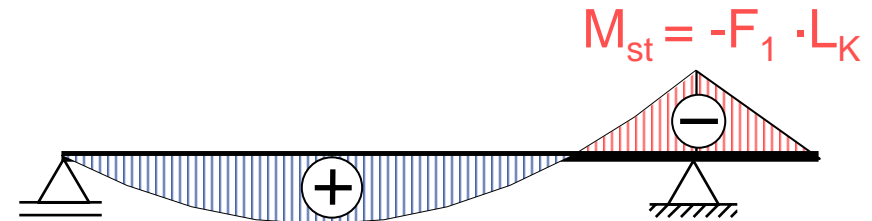
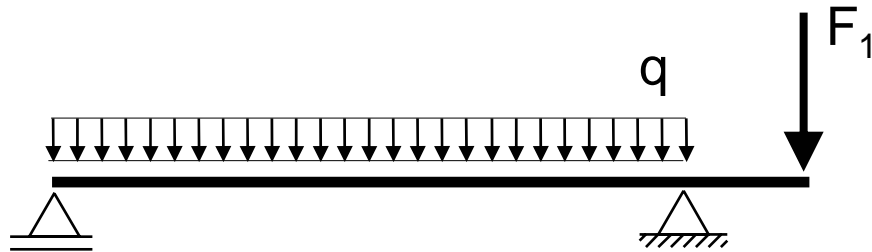
$$\sum M_{\max} = 0 \Rightarrow A \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2} - M_{\max} = 0$$

$$M_{\max} = \frac{A^2}{2 \cdot q}$$



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

$$\sum H = 0 \Rightarrow B_H = 0$$

$$\text{Resultierende } R = q \cdot (L + L_K)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R \cdot (L + L_K) / 2 - B_V \cdot L = 0$$

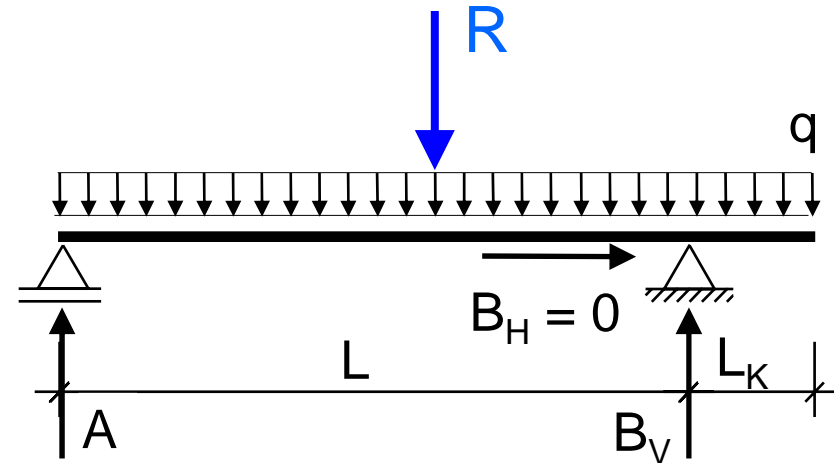
$$\Rightarrow B_V = \frac{q}{2 \cdot L} \cdot (L + L_K)^2$$

$$\sum V = 0 \Rightarrow A + B_V - q \cdot (L + L_K) = 0$$

$$A = q \cdot (L + L_K) - B_V$$

$$A = q \cdot (L + L_K) - \frac{q}{2 \cdot L} \cdot (L + L_K)^2$$

$$A = \frac{q}{2} \cdot \left( L - \frac{L_K^2}{L} \right)$$



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

Verlauf der Querkraft

Auflager A

$$Q_A = A = \frac{q}{2} \cdot \left( L - \frac{L_K^2}{L} \right)$$

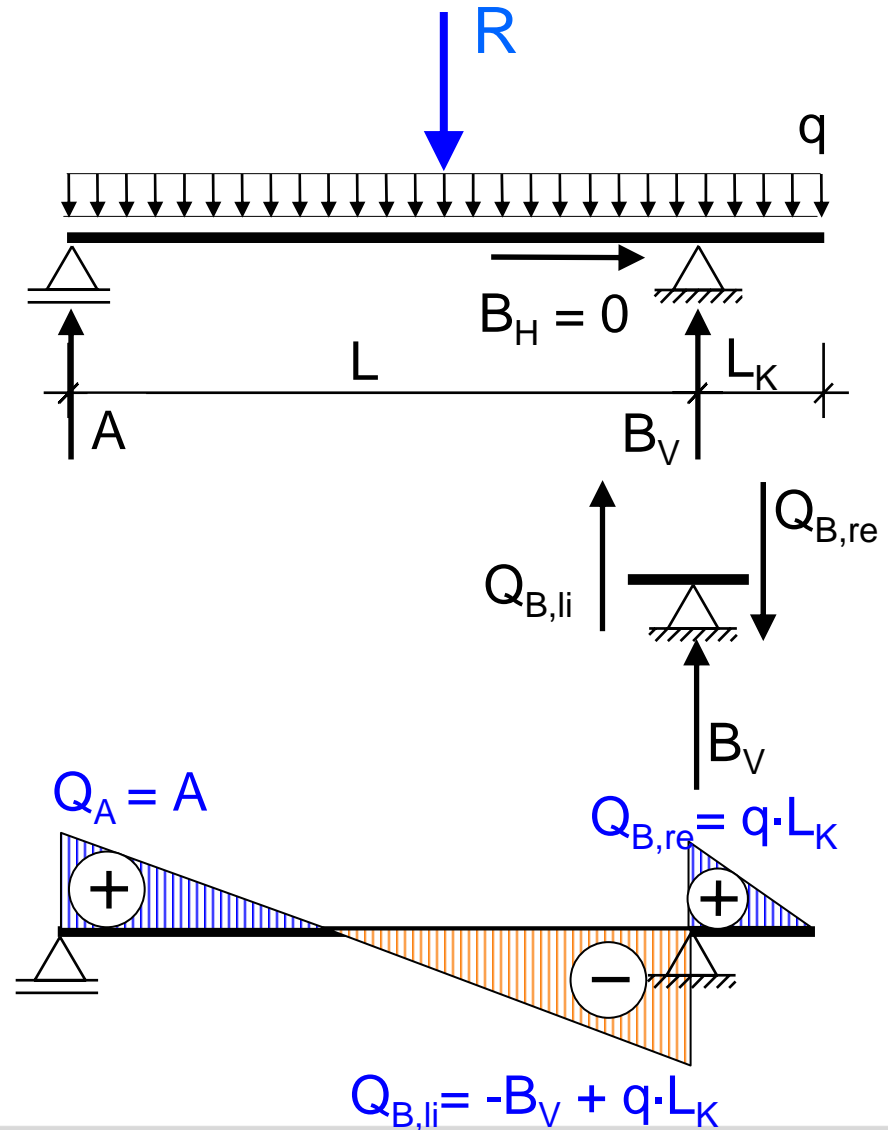
Auflager B

$$Q_{B, \text{re}} = q \cdot L_K$$

$$Q_{B, \text{li}} = -B_V + Q_{B, \text{re}}$$

$$Q_{B, \text{li}} = -q \cdot \frac{(L + L_K)^2}{2 \cdot L} + q \cdot L_K$$

$$B_V = |Q_{B, \text{li}}| + |Q_{B, \text{re}}|$$





# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

Verlauf des Biegemoments

Maximales Feldmoment  $Q = 0$  !

Berechnung des Nulldurchgangs

$$Q_A \cdot x = q \Rightarrow x = \frac{Q_A}{q} = \frac{A}{q}$$

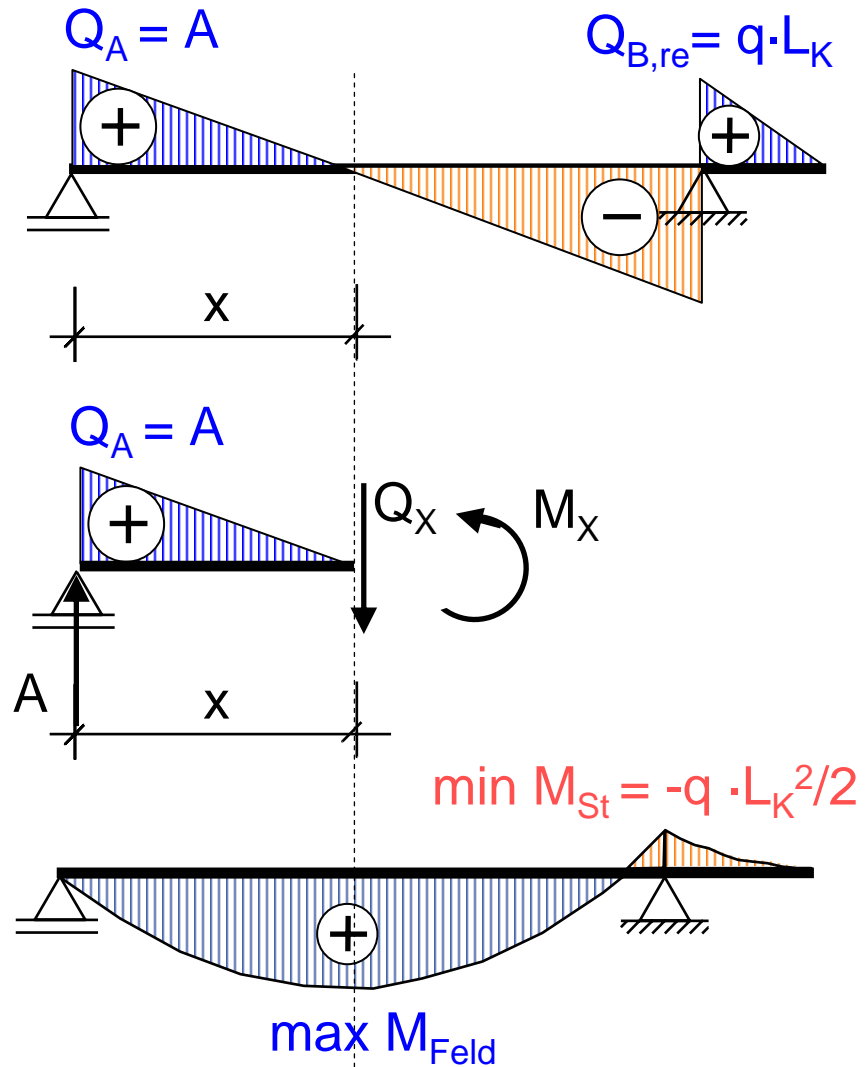
Biegemoment bei x

$$M_x = \max M_{\text{Feld}} = A \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$\max M_{\text{Feld}} = A \cdot \frac{A}{q} - \frac{q}{2} \cdot \frac{A^2}{q^2} = \frac{A^2}{2 \cdot q}$$

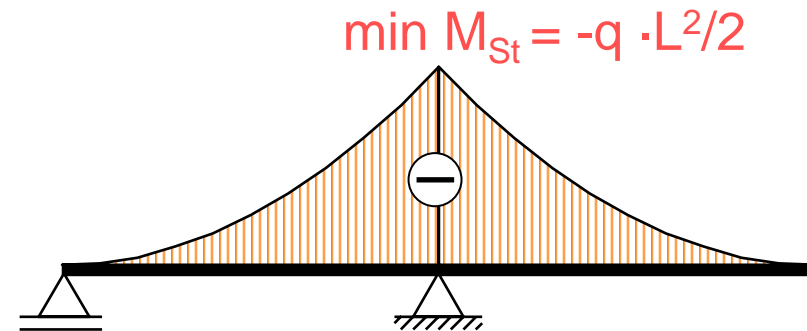
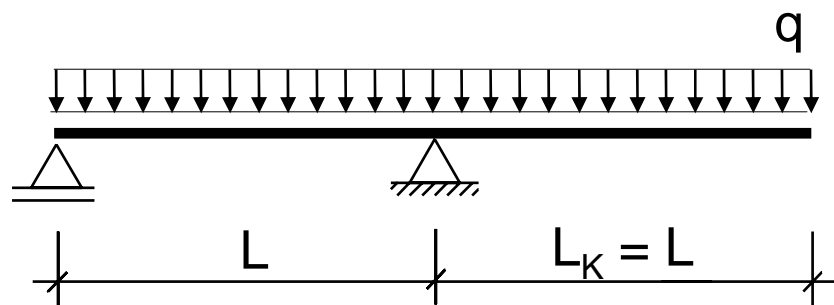
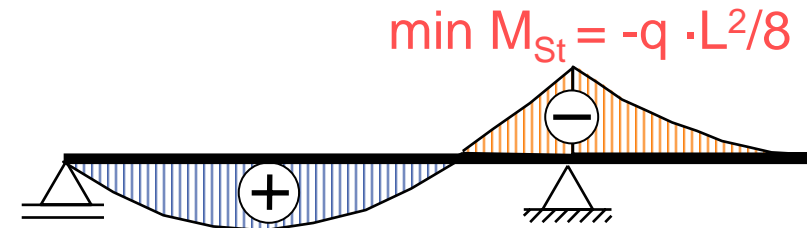
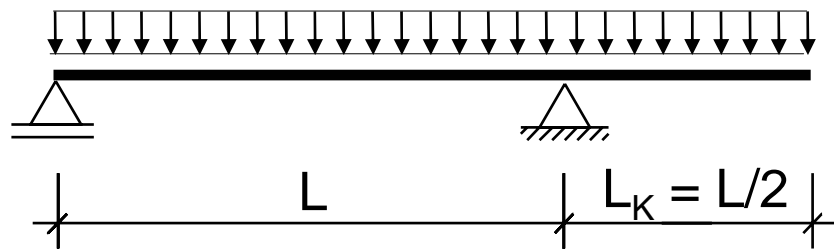
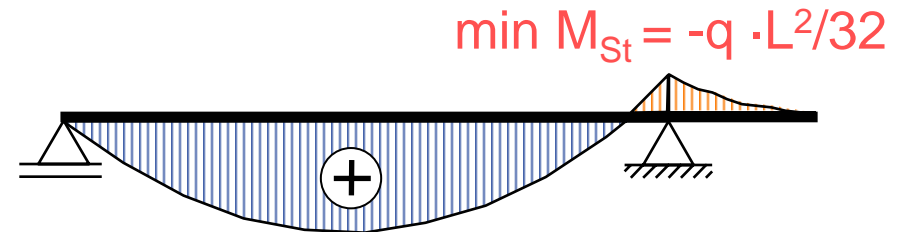
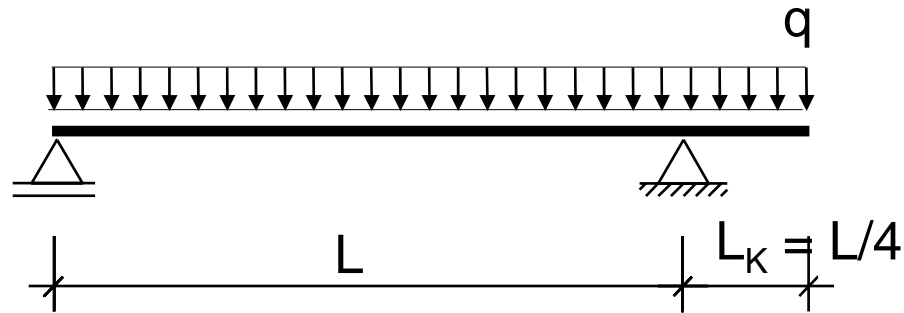
Stützmoment über Auflager B

$$M_B = \min M_{\text{St}} = -q \cdot \frac{L_K^2}{2}$$



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

Bedingung  $\max M_{\text{Feld}} + \min M_{\text{St}} = 0$

$$\min M_{\text{St}} = -q \cdot \frac{L_K^2}{2}$$

$$\max M_{\text{Feld}} = \frac{A^2}{2 \cdot q} = \frac{1}{2 \cdot q} \cdot \frac{q^2}{2^2} \cdot \left(L - \frac{L_K}{L}\right)^2$$

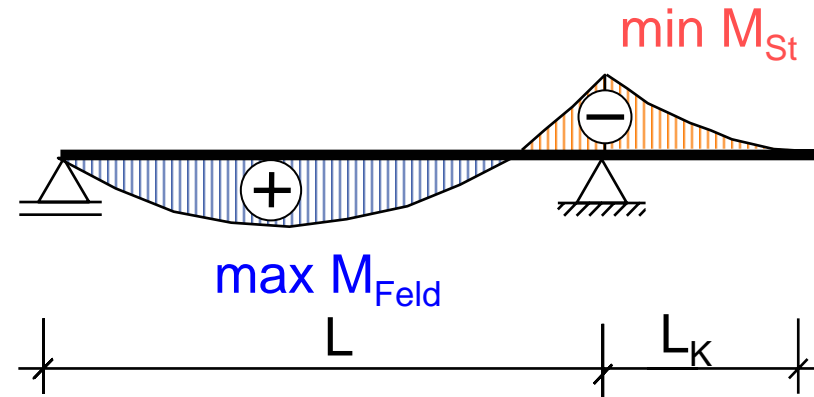
$$\max M_{\text{Feld}} = \frac{q}{8} \cdot \left(L - \frac{L_K}{L}\right)^2 = \frac{q}{8L^2} \cdot (L^2 - L_K^2)^2$$

$$\frac{q}{8L^2} \cdot (L^2 - L_K^2)^2 - q \cdot \frac{L_K^2}{2} = 0, \quad \text{durch kürzen und auflösen, ergibt sich}$$

$$L_K = -L \pm \sqrt{L^2 + L^2} = -L \pm L\sqrt{2} = L(\sqrt{2} - 1) = 0,41 \cdot L$$

$$\min M_{\text{St}} = -q \cdot \frac{L^2(\sqrt{2} - 1)^2}{2} = -0,086q \cdot L^2$$

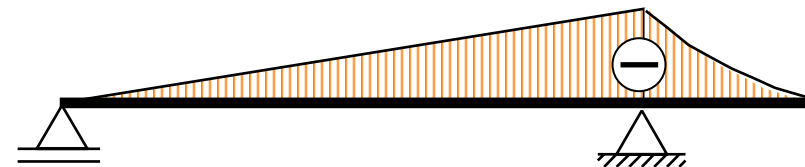
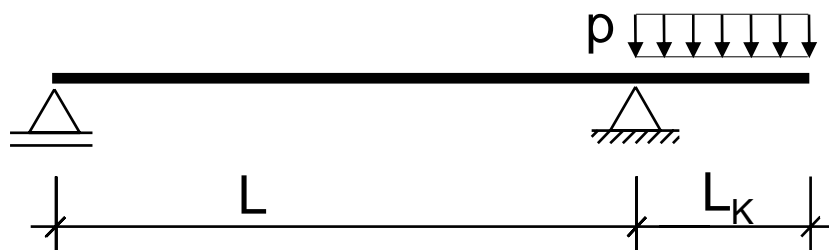
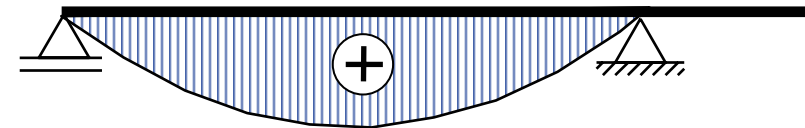
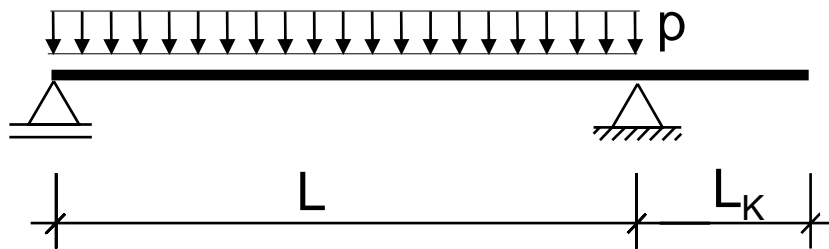
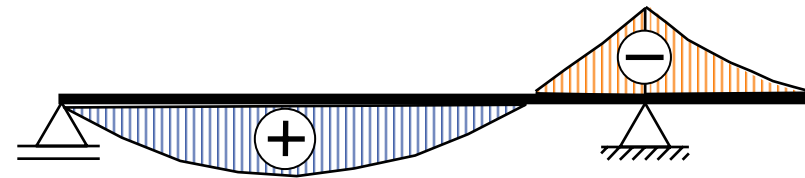
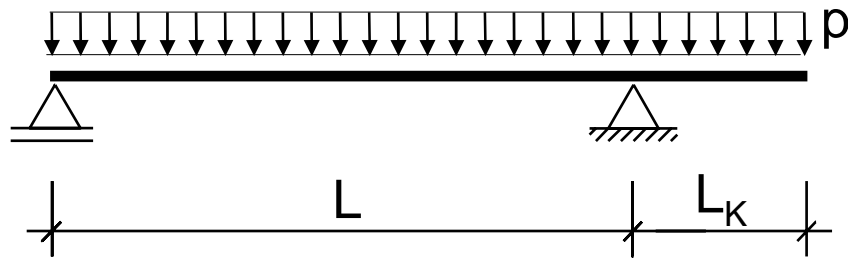
$$\max M_{\text{Feld}} = \frac{q}{8} \cdot \left(L - \frac{L_K}{L}\right)^2 = \frac{q}{8L^2} \cdot (L^2 - L^2(\sqrt{2} - 1)^2)^2 = 0,086q \cdot L$$



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

### Veränderliche Lasten



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung

$$A = q \cdot \left( \frac{L}{2} + L_K \right) = B_V$$

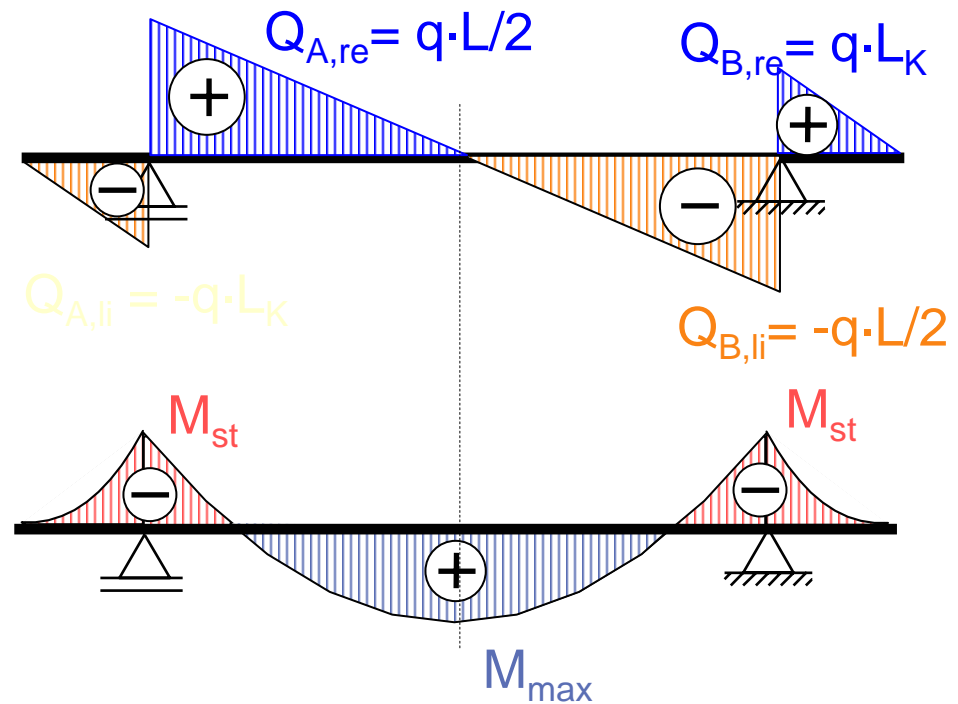
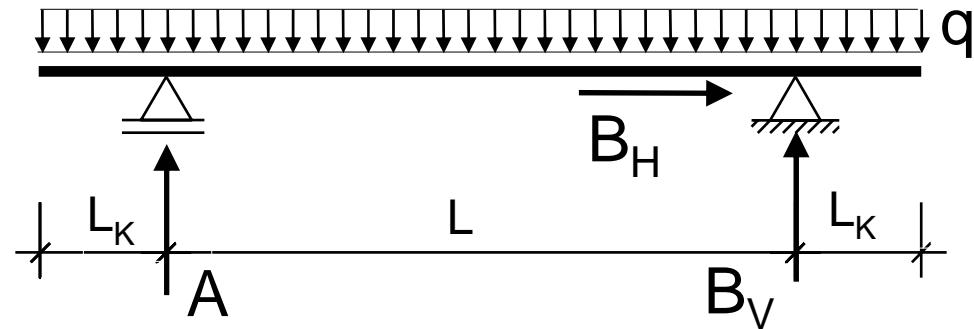
$$B_H = 0$$

$$A = |Q_{A,li}| + |Q_{A,re}| = q \cdot \left( \frac{L}{2} + L_K \right)$$

$$B_V = |Q_{B,li}| + |Q_{B,re}| = q \cdot \left( \frac{L}{2} + L_K \right)$$

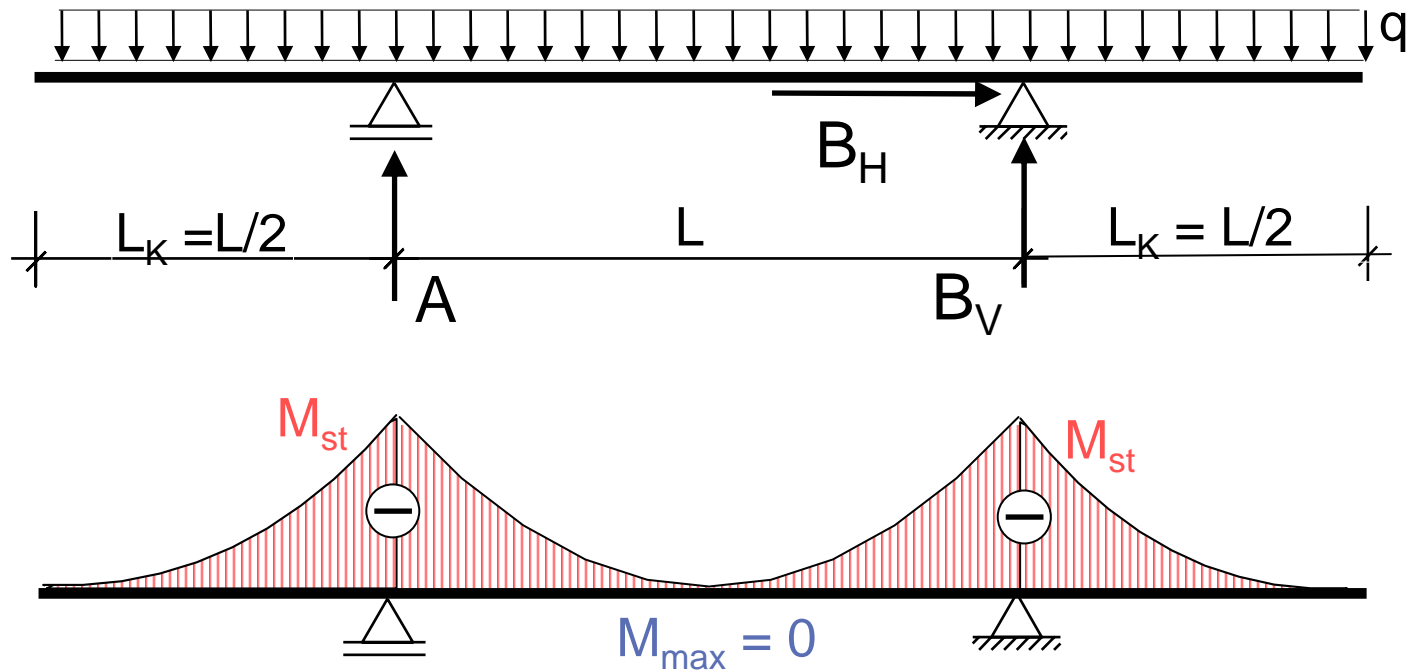
$$M_{St} = -q \cdot \frac{L_K^2}{2}$$

$$M_{max} = -q \cdot \frac{L_K^2}{2} + q \frac{L^2}{8}$$



# Statik- und Festigkeitslehre

## Einfeldträger mit Auskragung



$$M_{St} = -q \cdot \frac{L_K^2}{2} = -q \cdot \frac{(L/2)^2}{2} = -q \cdot \frac{L^2}{8}$$

$$M_{Max} = -q \cdot \frac{L_K^2}{2} + q \cdot \frac{L^2}{8} = -q \cdot \frac{L^2}{8} + q \cdot \frac{L^2}{8} = 0$$

# Statik- und Festigkeitslehre

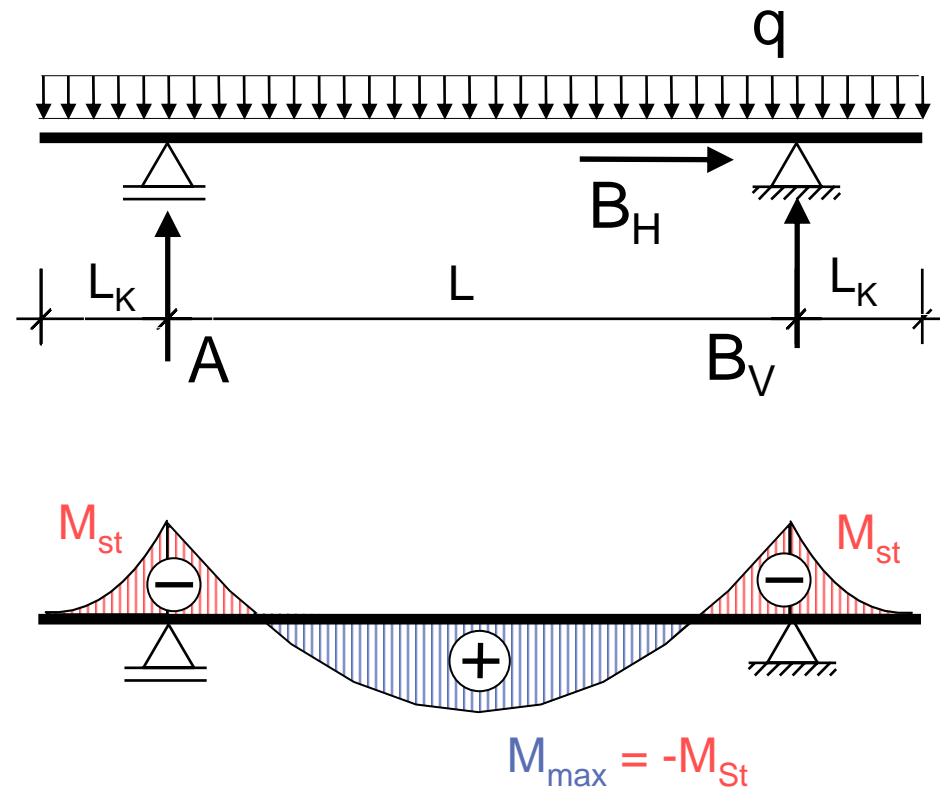
## Einfeldträger mit Auskragung

$$M_{\text{St}} + M_{\text{Max}} = 0$$

$$\Rightarrow -q \cdot \frac{L_K^2}{2} - q \cdot \frac{L_K^2}{2} + q \frac{L^2}{8} = 0$$

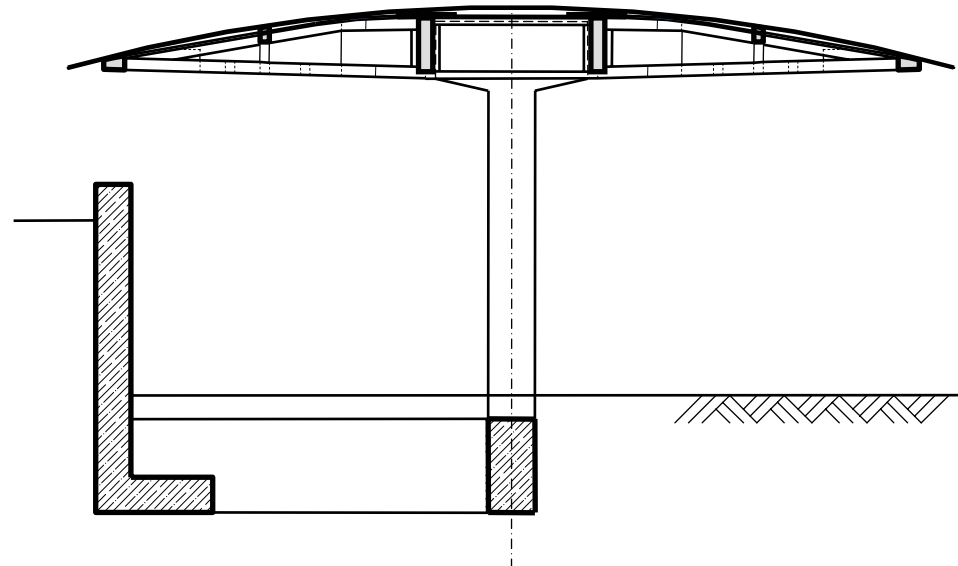
$$-L_K^2 + \frac{L^2}{8} = 0$$

$$L_K = \frac{L}{\sqrt{8}} = 0,35 \cdot L$$

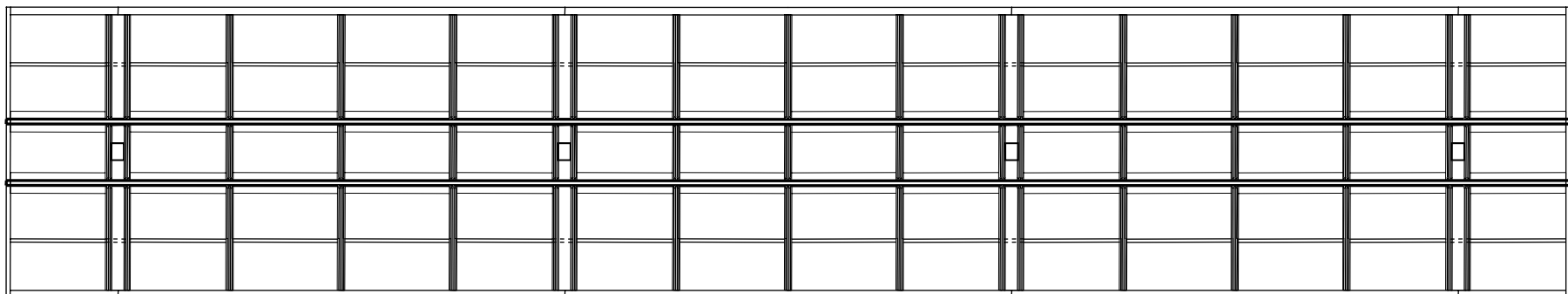


# Statik- und Festigkeitslehre Beispiel

## Querschnitt

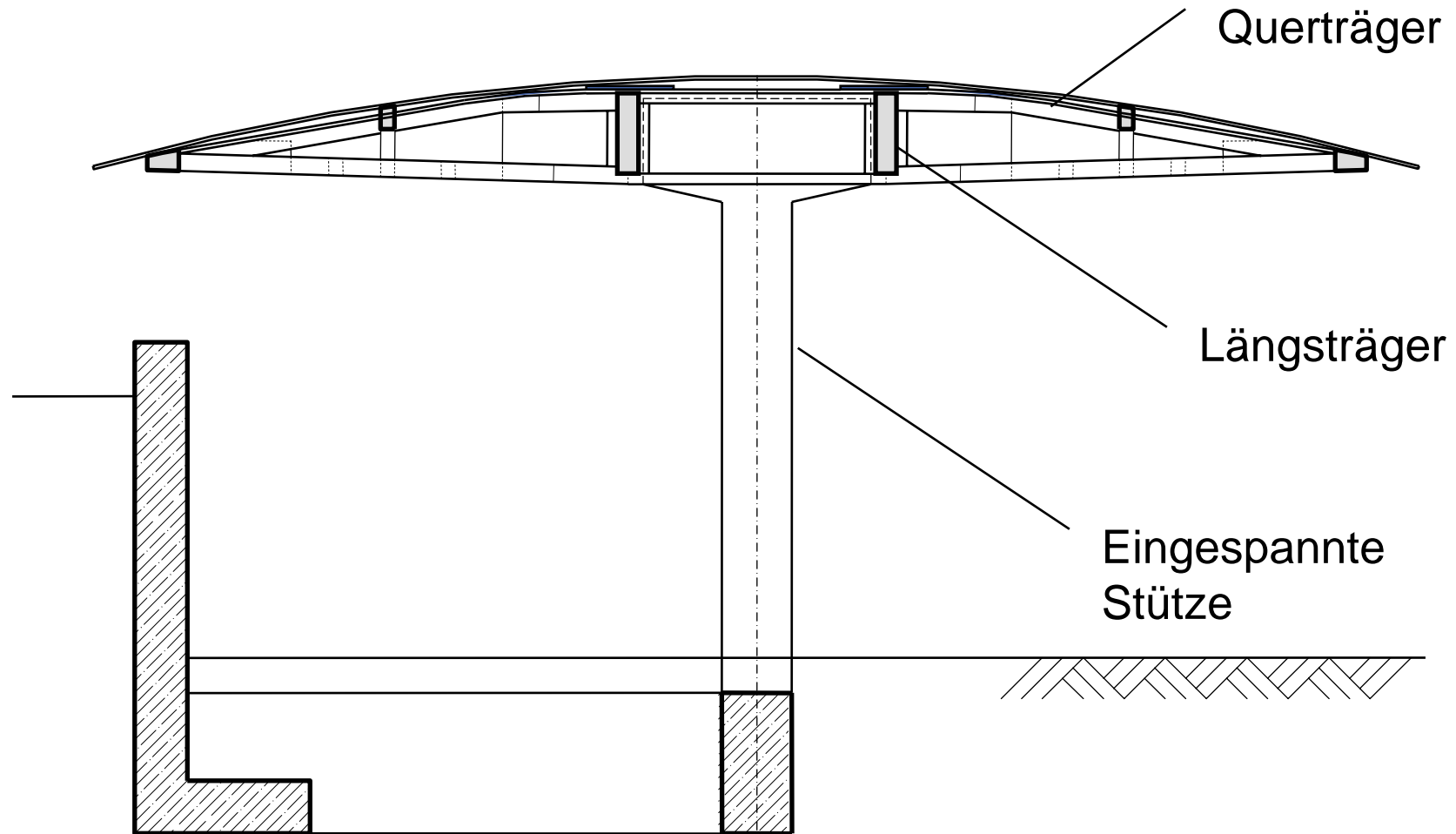


## Untersicht Holzkonstruktion





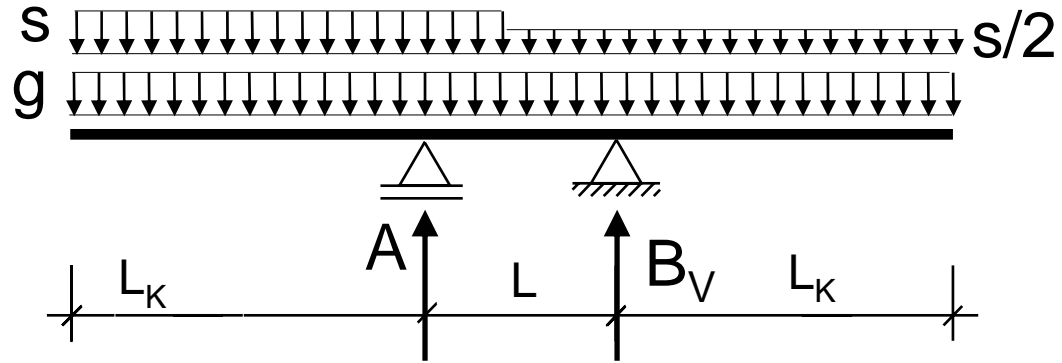
### Tragende Bauteile



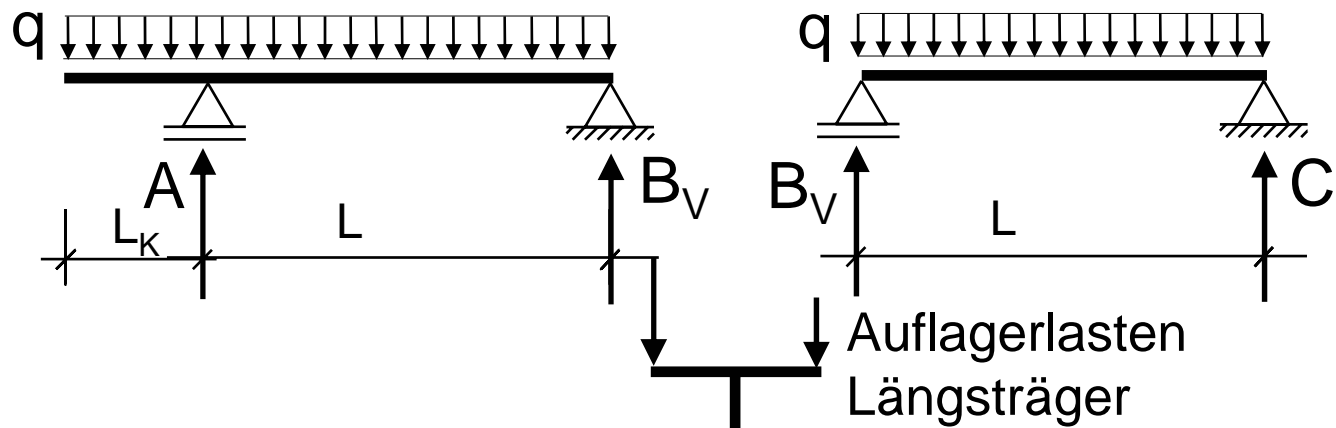
# Statik- und Festigkeitslehre

## Beispiel

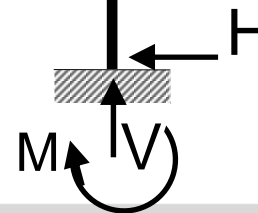
Querträger



Längsträger



Eingespannte Stütze



# Statik- und Festigkeitslehre

## Beispiel



# Statik- und Festigkeitslehre

## Beispiel



# Statik- und Festigkeitslehre Beispiel

